

Turinys

Giroskopo precesija ir bendroji reliatyvumo teorija.....	1
I. Įžanga.....	3
II. Bendrosios reliatyvumo teorijos numatomi efektai.....	5
II.1 Geodetinis efektas.....	5
II.2 Lense-Thirringo efektas.....	5
III. Giroskopo precesijos ir elektrodinamikos analogija.....	7
III.1 Elektrinis dipolis.....	7
III.2 Gravitacinis atvejis.....	9
III.3 Gravitomagnetizmas.....	10
IV. Gravity Probe B misija.....	10
V. Išvados.....	11

I. Įžanga

Bendroji reliatyvumo teorija – tai teorija, nagrinėjanti erdvėlaikio geometrinę struktūrą ir gravitaciją laikanti erdvėlaikio geometrijos išdava.

A. Einšteino 1916 metais sukurta teorija numato nemažai reiškinių, kai kurių iš jų dar nepavyko įrodyti eksperimentiškai. Bendrosios reliatyvumo teorijos numatomi efektai – tai gravitacinis Doplerio efektas, gravitacinis laiko sulėtėjimas (Šapiro efektas), šviesos spindulių nukrypimas, sklindant pro masyvų kūną (gravitaciniai lęšiai), vis dar ieškomos gravitacinės bangos.

Vienas iš klasikinių bendrosios reliatyvumo teorijos testų yra giroskopo precesijos gravitaciniame lauke tyrimas.

Anot Niutono mechanikos, išorinių jėgų momentų neveikiamas giroskopas, judėdamas apskritimu, išlaikys savo pradinę sukimosi ašies kryptį pastovią inercinės atskaitos sistemos atžvilgiu. Specialioji reliatyvumo teorija numato, kad giroskopo ašis precesuos – ši precesija vadinama Thomas'o efektu.

Jei pažymime giroskopo orbitos spindulį kaip R , o jo greitį – v , šios precesijos kampinį greitį Ω galime išreikšti taip:

$$\Omega = (\gamma - 1)v / R,$$

čia $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, o c – šviesos greitis, kurį čia normuojame į vienetą.

Nereliatyvistiniu atveju, kai $v \ll c$, o $\gamma \approx 1$, dešinioji šios lygties pusė tampa labai maža, taigi, norint gauti išmatuojamas precesijos kampinio greičio vertes, reikia arba labai mažo skersmens orbitos, arba labai greitai judančio giroskopo.

Bendroji reliatyvumo teorija (BRT), nagrinėjanti gravitaciją, numato dar įdomesnius rezultatus. Ji pateikia dvi prielaidas, kaip gravitaciniame lauke turėtų precesuoti giroskopas, kurias turėtų patvirtinti *Gravity Probe B* misijos surinkti duomenys. Šiame darbe jas ir apžvelgsime, aptarsime *Gravity Probe B* misijos rezultatus bei, naudodamiesi paprasta analogija su vandenilio atomu, pabandydysime suvokti giroskopo precesijų gravitaciniame lauke priežastis. Darbopabaigoje aptarsime gravitomagnetizmą – formalią analogiją tarp Maksvelo elektrodinamokos lygčių ir Einšteino lauko lygčių.

II. Bendrosios reliatyvumo teorijos numatomi efektai

II.1 Geodetinis efektas

Pirmoji BRT išvada – tai vadinamasis “geodetinis efektas”, kurį 1916 m. numatė W. de Sitteris. Šis efektas – tai giroskopo ašies precesija, kurią sukelia erdvėlaikio iškreivinimas dėl Žemės masės M . Bendroji reliatyvumo teorija numato, kad giroskopo ašis turėtų precesuoti aplink jo orbitinį kampinį momentą kampiniu greičiu (naudojamės vienetais, kada $\hbar = c = 1$):

$$\Omega_{\text{geod}} = -2/3 \mathbf{v} \times \nabla \Phi_g,$$

kur \mathbf{v} – orbitinis greitis, o

$$\Phi_g = -(GM)/R$$

yra gravitacinis potencialas. Jei aprašome apskritiminę orbitą,

$$v = \sqrt{\left(\frac{GM}{r}\right)}$$

taigi $|\Omega_{\text{geod}}| = \left(\frac{3}{2r}\right) * \left(\frac{GM}{r}\right)^{(3/2)} \approx 6.6''/yr.$

Pradiniai *Gravity Probe B* misijos rezultatai patvirtina geodetinį efektą apie 1% tikslumu.

II.2 Lense-Thirringo efektas

Antroji BRT prielaida – tai Lense – Thirringo efektas, giroskopo ašies precesija dėl Žemės kampinio momento \mathbf{J} apie jo ašį. Lense – Thirringo efektas – tai atskaitos sistemos vilkimas tolimų žvaigždžių atžvilgiu dėl Žemės sukimosi. Šį reiškinį 1918 metais numatė Lense ir Thirringas. Ši precesija aprašoma kaip

$$\Omega_L = G \frac{(3 \vec{J} \cdot \hat{r} \hat{r} - \vec{J})}{r^3}$$

Per metus giroskopas, besisukdamas aplink Žemę per ašigalius, dėl Lense – Thirringo efekto precesuotų apie 0.042".

III. Giroskopo precesijos ir elektrodinamikos analogija

III.1 Elektrinis dipolis

Nors egzistuoja ir matematinis Lense-Thirringo precesijos ir geodetinės precesijos efektų aprašymas, tiesiogiai išvedamas iš bendrosios reliatyvumo teorijos lygčių, šio aprašymo matematinis aparatas gana sudėtingas. Tam reikalingas post-Niutono formalizmas, Kristofelio simboliai, ryšio koeficientai, etc. Abu šiuos reiškinius darbe stengsimės paaiškinti, išvesdami paprastą analogiją su elementariosios dalelės sukiniu, kurį irgi galima laikyti paprastu giroskopu.

Pirmiausia siūlome panagrinti analogišką situaciją elektrodinamikoje, naudodamiesi vandenilio atomo modeliu, arba kitaip tariant, elektrinio dipolio vaizdiniu.

Klasikinėje fizikoje vandenilio atomas – tai sistema iš lengvos neigiamos dalelės, apskritimine orbita besisukančios aplink daug sunkesnę teigiamą krūvį turintį protoną. Vadinamoji sukiniu ir orbitos sąveika tarp protono ir elektrono yra užrašoma taip:

$$U_o = \frac{\alpha}{(4m_e^2 r^3)} \cdot \vec{\sigma}_e \cdot \vec{L}_e$$

čia α – smulkiosios sandaros konstanta, o L_e – elektrono orbitinis kampinis momentas.

Laboratorijos atskaitos sistemoje elektronas juda greičiu \vec{v}_e dėl protono krūvio sukeliama elektrinio lauko E_p .

Tačiau, jei atliktume Lorenc transformacijas ir pasirinktume momentinę elektrono atskaitos sistemą, atsiranda magnetinio lauko narys

$$B_b = -\vec{V}_e \times \vec{E}_p$$

kuris sąveikauja su elektrono magnetiniu momentu. Reiškia, egzistuoja papildoma sąveikos energija:

$$U = -\vec{\mu}_a \cdot \vec{B}_b = g_e \frac{\alpha}{(4m_p)} \cdot \vec{\sigma}_e \cdot \vec{L}_e$$

čia g_e yra elektrono giromagnetinis santykis, o L – elektrono orbitinis kampinis momentas.

Apskaičiavę jėgos momentą, matome, kad kampinis elektrono momentas precesuos, dėl šios, vadinamosios sukiniu - orbitos sąveikos atsiranda smulkioji spektro linijų struktūra.

Kvantinės fizikos vystymosi pradžioje fizikus glumino nesutapimas tarp teoriškai apskaičiuotų

smulkiosios sandaros spektro linijų verčių, kurias numatė Zėmano efekto tyrimai, ir tų, kurias gaudavo eksperimentai. Šią problemą išsprendė L. H. Thomas, kuris nustatė, jog, kadangi elektronas juda su pagreičiu, t. y. jo atskaitos sistema – neineracinė, momentinę Lorencio transformaciją atskaitos sistemoje A t momentu turėtų sekti transformacija į atskaitos sistemą B vėlesniu momentu $t + \delta t$, esant greičiui $v + \delta v$.

Šį reiškinį galima paaiškinti žymiai paprastesne analogija, įsivaizduojant lygiomis daugiakampio kraštinėmis skrendantį lėktuvą. Jei šis daugiakampis turi N kraštinių, po N krypties pakeitimų kampu $\delta \Theta = 2 \frac{\pi}{N}$ lėktuvas nejudančioje atskaitos sistemoje turėtų sugrįžti į pradinį tašką, pakeitęs pradinę kryptį kampu 2π . Tačiau dėl Lorencio ilgio transformacijos sutrumpėja tiesė, kuria skrenda lėktuvas, todėl pakinta kiekvieno žingsnelio pokyčio kampas – jis tampa lygiu $\delta \Theta = 2 \pi \frac{\gamma_0}{N}$. Taigi, po N žingsnelių, kampo pokytis yra $2 \pi \gamma_0$.

Atlikus ilgus ir neypatingai įdomius skaičiavimus, visa sąveikos energija

$$U_{tot} = U_0 + U_T = \alpha \frac{(g_e - 1)}{(2 \cdot m_e^2 \cdot r^3)} \cdot \vec{S}_e \cdot \vec{L}_e .$$

Hipersmulkiają spektro sandarą sukelia elektrono ir protono sukinių sąveika, kadangi protonas irgi turi magnetinį momentą μ_p .

Kadangi protonas irgi turi magnetinį momentą, šalia jo egzistuoja magnetinis laukas, kurio sąveika su elektrono magnetiniu momentu yra lygi

$$U_{ss} = -\vec{\mu}_e \cdot \vec{B}_p = \frac{-(e^2 g_e g_p)}{(4 \pi m_e m_p r^3)} \cdot (3 \sigma_e \cdot \hat{r} \cdot \sigma_p \cdot \hat{r} - \sigma_e \cdot \sigma_p) .$$

“Sukinio-sukinio” sąveikos sąlygoti tarpai tarp hipersmulkiosios sandaros spektro linijų yra maždaug 10^{-3} mažesni nei tarpai dėl sukinio-orbitos sąveikos, kadangi tai lemia didesnė protono masė vardiklyje.

III.2 Gravitacinis atvejis

Galime pereiti prie gravitacinio atvejo nagrinėjimo, laikydami, kad laukas yra silpnas ir nepasireiškia netiesiniai efektai. Masyvaus kūno ir aplink jį besisukančio palydovo atveju galime išvesti labai artimą analogiją tarp Lorencio dėsnio bei judėjimo lygties gravitaciniame lauke, jei apsibrėžiame gravitostatinį lauką E_G bei gravitomagnetinį lauką B_G taip, kad

$$\vec{E}_G^b = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \cdot h_{00}^b, \quad ,$$

$$\vec{B}_G^b = \vec{\nabla} \times \vec{h}^b, \quad .$$

h čia žymimi gravitacinio lauko tenzoriai, o gravitacinis "krūvis" $e_G^a \equiv m_a$.

Nesant gravitacinio lauko, tik sukimuisi, gravitomagnetinis laukas yra lygus

$$\vec{B}_G = \vec{\nabla} \times h = 2\vec{\omega}, \quad ,$$

ir galime pasakyti, kad magnetinio lauko atitikmuo gravitacijoje yra puikiai žinoma Koriolio jėga.

Šiuo atveju giroskopo ašies precesijos kampinis greitis yra duodamas kaip $\omega = \frac{-e_G}{2m} \cdot B_g$,

t.y, giroskopo ašis visą laiką rodo ta pačia kryptimi, sukasi tik koordinačių sistema.

Dabar, tarę, kad masyvusis kūnas nesisuka, o gravitacinis laukas egzistuoja, atliekame Lorencio transformacijas momentinėje palydovo atskaitos sistemoje. Įskaitę Thomaso precesiją, randame visą precesijos vertę:

$$\omega_{geo} = 3/2 \frac{GM}{r^2} \cdot v, \quad .$$

Analogiją tarp elektromagnetizmo bei gravitacijos galime tęsti ir toliau, aprašydami Lense-Thirringo efektą. Šiuo atveju reikėtų pabrėžti, kad, lygiai taip pat, kaip besisukantis elektros krūvis sukuria magnetinį lauką, besisukanti masės/energijos sanakaupa sukuria gravitomagnetinį lauką. Sferiškam besisukančiam kūnui šis gravitomagnetinis laukas yra lygus

$$\vec{B}_G = \frac{-2G}{x^3} (3 \vec{J}_b \cdot \hat{x} \hat{x} - \vec{J}_b), \quad ,$$

o precesijos kampinis greitis

$$\vec{\omega}_L = -1/2 \vec{B}_G = \frac{g}{r^3} \cdot (\vec{J} \cdot \hat{r} \hat{r} - \vec{J}), \quad ,$$

kas visai atitinka Lensės – Thirringo gautą vertę.

Matome, kad geodetinė precesija yra gravitacinis sukinio-orbitos sąveikos atitikmuo, o Lense - Thirringo efektas – sukinio-sukinio sąveikos analogas.

III.3 Gravitomagnetizmas

Praeitame skyriuje minėjome tokias sąvokas, kaip “gravitacinis krūvis”, “gravitostatinis laukas”, “gravitomagnetinis laukas”. Tai yra formalių analogijų tarp elektromagnetizmo ir BRT rinkinys, matematinių Maksvelo lygčių ir Einšteino lauko lygčių išraiškų panašumas.

Pačios BRT lygtys – tai labai netiesiškų diferencialinių lygčių sistema, kurią galima išspręsti tik keliais atvejais. Silpno lauko artinio atveju, Einšteino lygtys supaprastėja iki formos, kuri labai primena Maksvelo elektrodinamikos lygtis. Atsiranda nariai, kurių išraiškos yra analogiškos elektriniam laukui, kurį sukuria elektros krūviai, bei magnetiniam laukui, kurį sukuria krūvių judėjimas. “Elektriniai nariai” - kaip, pavyzdžiui, gravitostatinis laukas – atitinka paprastą gravitaciją, o “magnetiniai nariai” - pavyzdžiui, gravitomagnetinis laukas, sukiantis Lense – Thirringo efektą – aprašo judančių masyvių kūnų sukiamus reiškinius. Analogiškai judančio krūvio kuriamam magnetiniam laukui, besisukantis masyvus kūnas velka erdvėlaikį su savimi ir sukelia subtilius ir dar iki galo neįštirtus gravitomagnetinius reiškinius.

IV. Gravity Probe B misija

Gravity Probe B – tai NASA vykdoma misija, siekianti eksperimentiškai patikrinti BRT. Palydovas, paleistas į 642 km aukščio orbitą, naudojo keturis itin sferiškus giroskopus ir gidavimo teleskopą tam, kad itin tiksliai ištirtų abu mūsų anksčiau aptartus reiškinius – geodetinę precesiją bei Lense – Thirringo efektą.

Palydovas, veikęs 2004-2005 metais, ypatingai tiksliai matavo giroskopų sukimosi ašių krypčių kitimą žvaigždės IM Pegasi HR8703 atžvilgiu. Kol kas tęsiasi duomenų apdorojimo etapas, ir manoma, kad galutiniai eksperimento rezultatai nepaaiškės anksčiau, nei 2010 m.

Gravity Probe B misija kol kas yra patikrinusi geodetinę precesiją 1% tikslumu, tačiau L-T efektas vis dar tebėra tiriamas – kadangi jis yra apie 170 kartų mažesnis, jį patikimai patvirtinti trukdo

įvairiausi eksperimentiniai triukšmai. Ypatingai trukdo elektromagnetinė sąveika tarpgiroskopų ir jų laikiklių.

Gravity Probe A buvo NASA eksperimentas, patvirtinęs gravitacinį Doplerio efektą kelių dešimttūkstantųjų tikslumu 1976 m. Šio eksperimento metu buvo lyginamas laikas, išmatuotas trimis identiškais vandenilio mazerių laikrodžiais, iš kurių du buvo jūros lygyje, o trečias dvi valandas pakeltas su raketa.

V. Išvados

Šiame darbe aptarėme giroskopo precesijas gravitaciniame lauke. Geodetinė precesija - tai orbitoje besisukančio giroskopo ašies precesavimas apie pačio giroskopo kampinį momentą, o Lense – Thirringo precesija – tai giroskopo ašies precesavimas apie centrinio kūno sukimosi ašį. Naudodamiesi paprasta analogija su elektriniu dipoliu, parodėme, kad šios precesijos yra būdingos tiek makropasaulio kūnui – giroskopui, tiek elementariosioms dalelėms.

Radome abiejų precesijų vertes

$$\omega_{geo} = 3/2 \frac{GM}{r^2} \cdot v, ,$$

$$\vec{\omega}_L = -1/2 \vec{B}_G = \frac{\vec{g}}{r^3} \cdot (\vec{J} \cdot \hat{r} \hat{r} - \vec{J}) .$$

Padarėme išvadą, kad geodetinė precesija yra gravitacinis sukinio ir orbitos sąveikos atitikmuo, o Lense – Thirringo precesija yra gravitacinis sukinio-sukinio sąveikos, atsakingos už hipersmulkią spektro linijų sandarą, analogas.

Trumpai aptarėme gravitomagnetizmo sąvoką, apibūdinančią išorinį Maksvelo lygčių ir BRT lygčių silpno lauko artutinumo atveju panašumą. Aptarėme kol kas tiksliausio BRT numatomų giroskopų precesijų testo – *Gravity Probe B* misijos – pasiektus ir numatomus rezultatus.

VI. Literatūros sąrašas

1. Holstein, B. Gyroscope precession and general relativity, American Journal of Physics, Volume 69, Issue 12, pp. 1248-1256, 2001
2. Jonsson, R. Gyroscope precession in special and general relativity from basic principles, American Journal of Physics, Volume 75, Issue 5, pp. 463-471, 2007.
3. Sigismondi, C. Precessions in Relativity, Proceedings of X Marcel Grossmann Meeting on General Relativity, Rio de Janeiro, July 20-26, 2003
4. <http://einstein.stanford.edu/TECH/technology-index.html>
5. Cahill, R. T. Novel Gravity Probe B Frame-Dragging Effect, žiūrėta tinkle: <http://arxiv.org/abs/physics/0406121>